# 2020 年度　日本医科大学入試(前期)　数学　解答速報

[Ⅰ]

実数の定数 $a$,　$b\ (a>0)$ に対して，2次関数 $f(x)=3ax^2+2x+b$ が

$$\int_{-1}^{1} f(x)dx=0,\qquad \int_{-1}^{1}\{f(x)\}^2dx=6$$

を満たすとき，$a=\dfrac{5\sqrt{3}}{6}$,　$b=-\dfrac{5\sqrt{3}}{6}$ である。

$$\int_0^1 \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)dx=\frac{2}{\pi},$$

$$\int_0^1 \cos^2\left(\frac{\pi x}{2}\right)dx=\frac{1}{2},$$

$$\int_0^1 x^2\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)dx=\frac{2}{\pi}-\frac{16}{\pi^3}$$

であることを用いれば，定積分

$$\int_{-1}^{1}\left\{\frac{\pi}{2}\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)-(pf(x)+q)\right\}^2dx$$

が最小となる定数 $p$,　$q$ の値は $p=\dfrac{5\sqrt{3}}{9}-\dfrac{20\sqrt{3}}{3\pi^2}$,　$q=1$ となる。

[Ⅱ]

問1　$2x-\sqrt{5}\,y-\sqrt{3}\,z=0$

問2　$\dfrac{\pi}{3}$

問3　$12\pi$

[Ⅲ]

問1　$C(k)$ は点 $\left(\dfrac{k}{2},\ 0\right)$ を中心とする，半径が $\dfrac{k}{2}$ の円の一部である。

問2　$l_1(t)$ ： $4tx-t=(4-t^2)y$

$l_2(t)$ ： $2tx-t=(1-t^2)y$

問3　$\left(\dfrac{3}{2(2+t^2)},\ \dfrac{t}{2+t^2}\right)$

問4 $$\frac{\left(x-\frac{3}{8}\right)^2}{\left(\frac{3}{8}\right)^2}+\frac{y^2}{\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2}=1$$

焦点 $\left(\frac{1}{2},\ 0\right)$ $\left(\frac{1}{4},\ 0\right)$

長軸の長さ $\frac{3}{4}$

短軸の長さ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Ⅳ]

問1 $p_1=\frac{8}{27}$ $q_1=\frac{4}{9}$

問2 $$p_{n+1}=\frac{8}{27}p_n+\frac{4x}{9}q_n$$

$$q_{n+1}=\frac{4}{9}p_n+\frac{4}{9}q_n$$

問3 $$\alpha=\frac{10-2\sqrt{36x+1}}{27}$$

$$\beta=\frac{10+2\sqrt{36x+1}}{27}$$

問4 $F(x)=\frac{1+\sqrt{36x+1}}{2\sqrt{36x+1}}$ $G(x)=\frac{-1+\sqrt{36x+1}}{2\sqrt{36x+1}}$ $H(x)=-\frac{3}{\sqrt{36x+1}}$

$$I(x)=\frac{3}{\sqrt{36x+1}}$$

問5 $$\frac{4-\sqrt{5}}{3}<x<1$$

講評

［Ⅰ］は定積分の計算と定積分問題を最小とする定数の決定。

［Ⅱ］は空間ベクトルの平面の式と半球を平面で切った時の大きい方の立体の体積。

［Ⅲ］は円の 2 本の法線の交点と交点の軌跡。

［Ⅳ］は確率漸化式と極限，さらに極限が存在する $x$ の範囲

［Ⅰ］と特に［Ⅳ］がヘビー。90 分という時間を考えれば各問の前半（3 分の 2 程度）まで解ければ十分であろう。