

Windom 2012年2月4日 福岡大学(医学部) 数学解答速報 得点率77.5%がボーダー

(小問集合3つペケまで) 日大の小問集合対策の練習用として解け!

①

次の をうめよ。答えは解答用紙の該当欄に記入せよ。

(i) 2つの直線 $y = -\frac{1}{3}x + 1$ と $y = 0$ のなす角を θ_1 とすると

$\cos \theta_1 =$ (1) である。また、2つの直線 $y = -\frac{1}{3}x + 1$ と

$y = \frac{1}{2}x + 1$ のなす角を θ_2 とすると $\cos \theta_2 =$ (2) である。

(ii) $0 < k < 2$ とする。曲線 $C: y = x^2$ 上を動く点 P と、直線 $y = 2k(x - 1)$ 上を動く点 Q との距離が最小となるとき、

点 P の座標を k の式で表すと (3) である。このときの直線

PQ と曲線 C とで囲まれる部分の面積が最小になる k の値を求めると、 $k =$ (4) である。

(iii) 一辺の長さが1の正三角形 OAB がある。辺 AB の中点を M とする。辺 OA 上に点 P をとり、線分 OM と線分 BP との交点を Q とする。 $\vec{a} = \vec{OA}$, $\vec{b} = \vec{OB}$, $k = |\vec{OP}|$ とおく。

\vec{OQ} を \vec{a}, \vec{b}, k で表すと、 $\vec{OQ} =$ (5) である。

また、 $|\vec{OP}| = |\vec{OQ}|$ となるとき、 k の値は (6) である。

(答)

(1) $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ (2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (3) (k, k^2) (4) $\frac{1}{2}$

(5) $\frac{k}{k+1}(\vec{a} + \vec{b})$ (6) $\sqrt{3} - 1$

②

次の をうめよ。答えは解答用紙の該当欄に記入せよ。

(i) $0 < k < 3$ のとき、等式 $|x - k| + |x - 3| = x + 1$ を満たす2つの解を α, β ($\alpha < \beta$) とする。このとき β を k の式で表すと

$\beta =$ (1) である。また、 $\beta - \alpha = 5$ となる k の値を求めると、

$k =$ (2) である。

(ii) 奇数の列を、次のように第1群、第2群、第3群、…に分ける。
1, | 3, 5, 7, | 9, 11, 13, 15, 17, | …

このとき、2013を第 n 群の m 番目の奇数とすると、

$(m, n) =$ (3) であり、2013が属する第 n 群の奇数の総和は

(4) である。

(答)

(1) $k + 4$ (2) $\frac{5}{2}$ (3) $(m, n) = (32, 46)$ (4) 125055

③

(記述問題)

$f(x) = \frac{(\log x)^2}{x}$ ($x > 0$) とする。曲線 $C: y = f(x)$ 上の

点 $P(a, f(a))$ と点 $Q(b, f(b))$ における曲線 C の2つの接線が共に原点を通るとき、次の問いに答えよ。ただし、 $a < b$ で、対数は自然対数とする。

(i) a, b の値と点 $Q(b, f(b))$ における曲線 C の法線の方程式を求めよ。

(ii) 点 $P(a, f(a))$ における C の接線、点 $Q(b, f(b))$ における C の法線、および、曲線 C によって囲まれる部分の面積を求めよ。

(答)

(i) $a = 1, b = e$ 法線: $y = -e^2x + e^3 + \frac{1}{e}$ (ii) $\frac{1}{3} + \frac{1}{2e^4}$