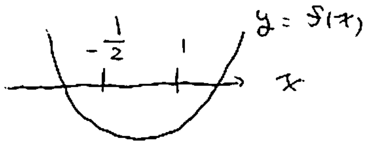
Windomの解答速報 昭和大学(医) 数学

$\boxed{1}$ (1-1) ② $\iff (2x+1)(x-1)\leqq 0 \iff$

$-\frac{1}{2}\leqq x \leqq 1$ がすべて①を満たすならば $f(x)=x^2+2ax+2a$

として右図の様になればよい。



$f(1)\leqq 0 \iff a\leqq -\frac{1}{4}$ かつ

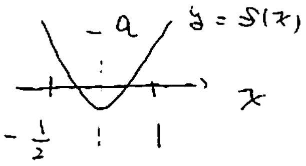
$f(-\frac{1}{2})\leqq 0 \iff a\leqq -\frac{1}{4}$ よって答は

$a\leqq -\frac{1}{4}$

(1-2) ①が解をもつには

$\frac{D}{4}=a^2-2a\geqq 0 \iff a\leqq 0,\ 2\leqq a$。

さらにそれらがすべて②を満たすならば右図の様になればよい



$\begin{cases} f(1)\geqq 0 \text{ かつ } f(-\frac{1}{2})\geqq 0 \\ \text{かつ } -\frac{1}{2}\leqq -a\leqq 1 \end{cases} \iff 1\geqq a\geqq -\frac{1}{4}$

以上をまとめて $-\frac{1}{4}\leqq a\leqq 0$.

(2) ○:あたり　×:はずれ　とおく

(2-1) (1回目, 2回目):(○, 引かない) or (×, ○)

の確率は $\frac{2}{n+2}+\frac{n}{n+2}\cdot\frac{2}{n+1}=\frac{2(2n+1)}{(n+1)(n+2)}$

(2-2) Aがはずれる確率は $\frac{n}{n+2}\cdot\frac{n-1}{n+1}$

その後Bがあたる確率は

$$\frac{2}{n}+\frac{n-2}{n}\cdot\frac{2}{n-1}=\frac{4n-6}{n(n-1)}$$

よって答は $\frac{n}{n+2}\cdot\frac{n-1}{n+1}\cdot\frac{4n-6}{n\cdot(n-1)}=\frac{2(2n-3)}{(n+2)(n+1)}$

(3)

1 | 2, 2, | 3, 3, 3 | ---

1群　2群　3群

と図の様に群に分ける

(3-1) 求める項は100群の最初の項。

99群までは $1+2+\cdots+99=\frac{1}{2}99\cdot 100=4950$

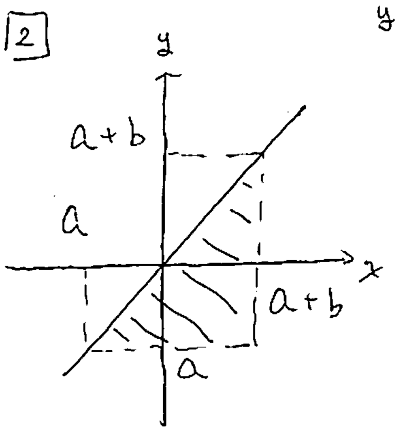
項あるので答は $n=4951$ 項目

(3-2) 前から100項を第m群とすると

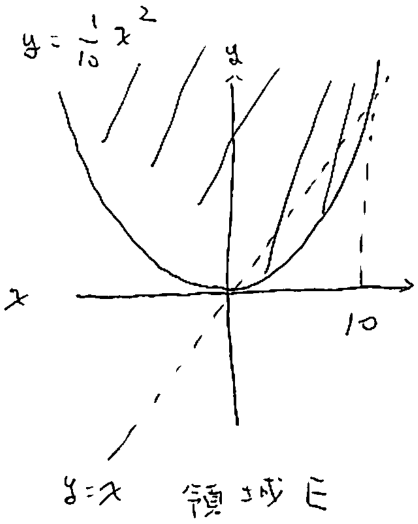
$\frac{1}{2}(m-1)\cdot m<100\leqq\frac{1}{2}m(m+1)\iff$

$m=14$ 群より　$a_{100}=14$

2



領域D

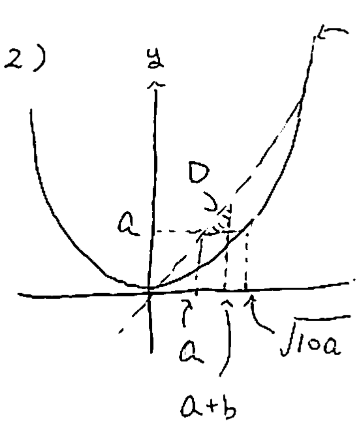


領域E

(1) 題意を満たす a の範囲は

$0 \leqq a \leqq 10$

(2)



左図の様になればよいので

$a \leqq a+b \leqq \sqrt{10a} \iff$

$0 \leqq b \leqq \sqrt{10a}-a$

(3) Dの面積が最大となるのは

$b=\sqrt{10a}-a$ のとき より

$S(a)=\frac{1}{2}\left(\sqrt{10a}-a\right)^2$

(4)

$S(a)=\frac{1}{2}\left\{-\left(\sqrt{a}-\frac{\sqrt{10}}{2}\right)^2+\frac{5}{2}\right\}^2$

より $0 \leqq \sqrt{a} \leqq 10$ の最大は

$\sqrt{\ } = \frac{\sqrt{10}}{2} \iff a=\frac{5}{2}$ のとき

$S\left(\frac{5}{2}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{5}{2}\right)^2=\frac{25}{8}$

$\boxed{3}$ (1)

$\sin\theta = 2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2} = 2\frac{\sin\frac{\theta}{2}}{\cos\frac{\theta}{2}}\cos^2\frac{\theta}{2}$

$= 2\tan\frac{\theta}{2}\cdot\frac{1}{1+\tan^2\frac{\theta}{2}} = \frac{2\cdot\frac{1}{4}}{1+\frac{1}{16}} = \underline{\frac{8}{17}}$

(2) $S = \frac{1}{2}bc\sin A = \frac{1}{2}b\cdot c\cdot\frac{a}{2R} \Longleftrightarrow$

$R = \underline{\frac{abc}{4S}}$

(3) $a = \log_5 3 = \frac{\log_2 3}{\log_2 5} \Longleftrightarrow$

$a\log_2 5 = \log_2 3$ ①

$b = \log_{10} 24 = \frac{\log_2 24}{\log_2 10} = \frac{3+\log_2 3}{1+\log_2 5}$

①を代入し $b = \frac{3 + a\log_2 5}{1+\log_2 5}$

$\Longleftrightarrow b + b\cdot\log_2 5 = 3 + a\log_2 5$

$\Longleftrightarrow \log_2 5 = \underline{\frac{b-3}{a-b}}$

(4) 商を $f(x)$ 余り $ax+b$ とする

$x^{2015} = (x^2-3x+2)f(x) + ax + b$ ①

①に $x=1$ 代入: $1 = a+b$

②に $x=2$ 代入: $2^{2015} = 2a+b$

$a = 2^{2015}-1$, $b = 2-2^{2015}$ より

余り $\underline{(2^{2015}-1)x + 2 - 2^{2015}}$

(5) 条件より $|\vec{OA}| = |\vec{OB}| = |\vec{OC}| = 1$

$5\vec{OA} + 6\vec{OB} + 7\vec{OC} = \vec{0}$ より

$|5\vec{OA}+6\vec{OB}|^2 = |-7\vec{OC}|^2 \Longleftrightarrow$

$25|\vec{OA}|^2 + 60\vec{OA}\cdot\vec{OB} + 36|\vec{OB}|^2 = 49|\vec{OC}|^2 \Longleftrightarrow$

$\vec{OA}\cdot\vec{OB} = -\frac{1}{5}$

$|\vec{AB}|^2 = |\vec{OB}-\vec{OA}|^2 = |\vec{OB}|^2 - 2\vec{OB}\cdot\vec{OA} + |\vec{OA}|^2$

$= \frac{12}{5}$

$|\vec{AB}| = \underline{\frac{2\sqrt{15}}{5}}$

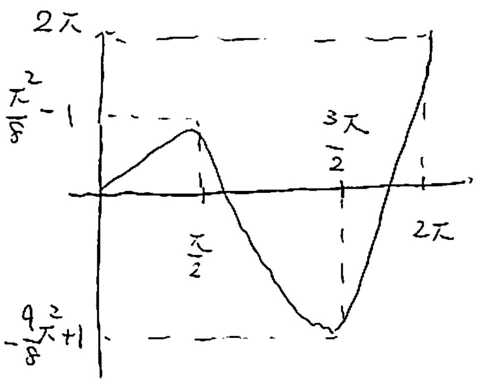
$\boxed{4}$ (1) $f(x)=\int_0^x t(\sin x-\sin t)\,dt$ とする

$$f(x)=\sin x\int_0^x t\,dt-\int_0^x t\sin t\,dt$$

$$=\frac{1}{2}x^2\sin x+x\cos x-\sin x$$

$f'(x)=\frac{x^2}{2}\cos x$ 増減表は

x	0		$\frac{\pi}{2}$		$\frac{3}{2}\pi$		2π
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	$\frac{\pi^2}{8}-1$	$\searrow$	$-\frac{9}{8}\pi^2+1$	$\nearrow$	2π



$y=f(x)$ と $y=k$ が3点で交わるためには $0\leqq k<\frac{\pi^2}{8}-1$

(2)

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}}\sin^3 x\cos^3 x\,dx$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{3}}\sin^3 x\cos^2 x\cdot\cos x\,dx$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{3}}\sin^3 x(1-\sin^2 x)\cos x\,dx$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{3}}(\sin^3 x-\sin^5 x)(\sin x)'\,dx$$

$$=\left[\frac{1}{4}\sin^4 x-\frac{1}{6}\sin^6 x\right]_0^{\frac{\pi}{3}}=\frac{9}{128}$$

(3)

与式は

$$f(x)=x^3+x\int_0^1 f(t)\,dt-2\int_0^1 t f(t)\,dt$$

となるので $A=\int_0^1 f(t)\,dt$ ①, $B=\int_0^1 t f(t)\,dt$ ②

とすると $f(x)=x^3+Ax-2B$

$f(t)=t^3+At-2B$ を

①に代入

$$A=\int_0^1(t^3+At-2B)\,dt$$

$$A=\frac{1}{4}+\frac{1}{2}A-2B$$

$$\frac{A}{2}=\frac{1}{4}-2B \quad ③$$

②に代入

$$B=\int_0^1(t^4+At^2-2Bt)\,dt$$

$$B=\frac{1}{5}+\frac{1}{3}A-B$$

$$2B=\frac{1}{5}+\frac{1}{3}A \quad ④$$

③④より $A=\frac{3}{50}$, $B=\frac{11}{100}$

よって $f(x)=x^3+\frac{3}{50}x-\frac{11}{50}$

非常に解きやすい問題ばかりである。

合格ラインは85%以上であろう。

答のみを記入する問が多いので

計算ミスには気をつけてほしい