数　　学

〈監督者の指示があるまで開いてはいけない〉

1. 試験開始後，まず解答用紙に自分の受験番号と氏名を正しく記入しなさい。
2. 試験開始後，速やかに問題冊子に落丁や乱丁がないか確認しなさい。
   落丁や乱丁があった場合は，手を挙げなさい。
3. 解答用紙に印刷されていない問いの番号は各自で記入しなさい。
4. 下書きは問題冊子の余白を利用しなさい。
5. 問題冊子は試験終了後，持ち帰ってもよい。
   ただし，試験途中では持ち出してはいけない。

受験番号		氏名（漢字）

数字は右づめで明瞭に書き空欄には0を記入する　例：0477　悪い例：6477

数学解答用紙

※枠内に記入しないこと

4			

1.

(ア)	(イ)

2.

問題3，4の解答はこの裏面に記入してください.

この線より上には解答を記入しないでください.

3.

4.

1． 次の $\boxed{}$ にあてはまる適切な数値を解答欄に記入せよ。

次の操作を５回繰り返し，白玉，赤玉を左から順に１列に並べる。

操作：１個のさいころを投げて，４以下の目が出たときには白玉を１個おき，他の目が出たときには赤玉を１個，次に白玉を１個おく。

たとえば，さいころの出た目が順に「１１１５１」であったとすると，並べられた玉の個数は６個で，玉の色は左から順に「白 白 白 赤 白 白」となる。このとき，

- 並べられた玉の個数が７個で，左から３個目の玉が赤玉である確率は $\boxed{(ア)}$
- 左から５個目の玉が赤玉である確率は $\boxed{(イ)}$

である。

2. 曲線 $y = e^{x^2}$ $(x \geqq 0)$ を C とする。実数 a は $a > 1$ をみたす定数とし，C 上の点 $(a,\ e^{a^2})$ における接線を ℓ とする。C と 2 直線 ℓ，$x = 1$ で囲まれた部分の面積を S_1，ℓ と x 軸および y 軸で囲まれた部分の面積を S_2 とする。このとき，次の問いに答えよ。ただし，e は自然対数の底とする。

(1) C と y 軸，および 2 直線 $y = e$，$y = e^{a^2}$ で囲まれた部分を，y 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積 V を a を用いて表せ。

(2) 極限値 $\displaystyle\lim_{a \to \infty} \frac{S_1}{S_2}$ を求めよ。

3. a, b は互いに素である自然数の定数で，$a \geqq 2$ とする。$0 < x \leqq \pi$ のとき，

$$\begin{cases} \cos x \leqq \cos 2ax \\ \sin 2ax \leqq 0 \end{cases}$$

をみたす x の値の範囲は，互いに共通部分をもたない n 個の閉区間の和集合であり，それら n 個の閉区間の長さの値を小さい方から順に $x_1, \ldots, x_n$ とする。$k = 1, \ldots, n$ に対し $\theta_k = 2b(2a+1)x_k$ とおき，xy 平面において，一般角 θ_k の動径と単位円との交点を Z_k とするとき，次の問いに答えよ。ただし，動径は原点を中心とし，x 軸の正の部分を始線とする。

(1) $n = a$ であり，$\theta_k = 2k\pi\dfrac{b}{a}$ $(k = 1, \ldots, a)$ と表されることを示せ。

(2) $k = 1, \ldots, a$ に対し，kb を a で割ったときの商を q_k，余りを r_k とする。$1 \leqq i < j \leqq a$ をみたす任意の自然数 i，j に対し $r_i \neq r_j$ を示し，点 $\mathrm{Z}_1, \ldots, \mathrm{Z}_a$ は単位円を a 等分する a 個の分点であることを示せ。

4. 実数 t は $0 < t < 1$ をみたす定数とする。1 辺の長さが 1 の正方形 $A_1B_1C_1D_1$ があり，四角形 $A_{n+1}B_{n+1}C_{n+1}D_{n+1}$ $(n = 1, 2, 3, \ldots)$ を次のように帰納的につくる。

四角形 $A_nB_nC_nD_n$ がつくられたとき，

- 各辺 $A_nB_n, B_nC_n, C_nD_n, D_nA_n$ を $t : 1-t$ に内分する点を，順に H_n, I_n, J_n, K_n とする。
- A_nJ_n と B_nK_n の交点 A_{n+1}，B_nK_n と C_nH_n の交点 B_{n+1}，C_nH_n と D_nI_n の交点 C_{n+1}，D_nI_n と A_nJ_n の交点 D_{n+1} を頂点として，四角形 $A_{n+1}B_{n+1}C_{n+1}D_{n+1}$ をつくる。

$\triangle A_nA_{n+1}K_n$ の面積を a_n とするとき，無限級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ の和が $\dfrac{1}{8}$ となるような定数 t の値を求めよ。