

数 学

〈監督者の指示があるまで開いてはいけない〉

1. 試験開始後、まず解答用紙に自分の受験番号と氏名を正しく記入しなさい。
2. 試験開始後、速やかに問題冊子に落丁や乱丁がないか確認しなさい。
落丁や乱丁があった場合は、手を挙げなさい。
3. 解答用紙に印刷されていない問い合わせの番号は各自で記入しなさい。
4. 下書きは問題冊子の余白を利用しなさい。
5. 問題冊子は試験終了後、持ち帰ってもよい。
ただし、試験途中には持ち出してはいけない。

1. 次の にあてはまる適切な数値を解答欄に記入せよ。

袋の中に 1 から 5 までの番号をつけた 5 個の玉が入っている。この袋から玉を 1 個取り出し、番号を調べてからもとに戻す試行を、4 回続けて行う。 n 回目 ($1 \leq n \leq 4$) に取り出された玉の番号を r_n とするとき、

- $r_1 + r_2 + r_3 + r_4 \leq 8$ となる確率は
- $\frac{4}{r_1 r_2} + \frac{2}{r_3 r_4} = 1$ となる確率は

である。

2. n を自然数, a を正の定数とする。関数 $f(x)$ は等式

$$f(x) = x + \frac{1}{n} \int_0^x f(t)dt$$

をみたし, 関数 $g(x)$ は

$$g(x) = ae^{-\frac{x}{n}} + a$$

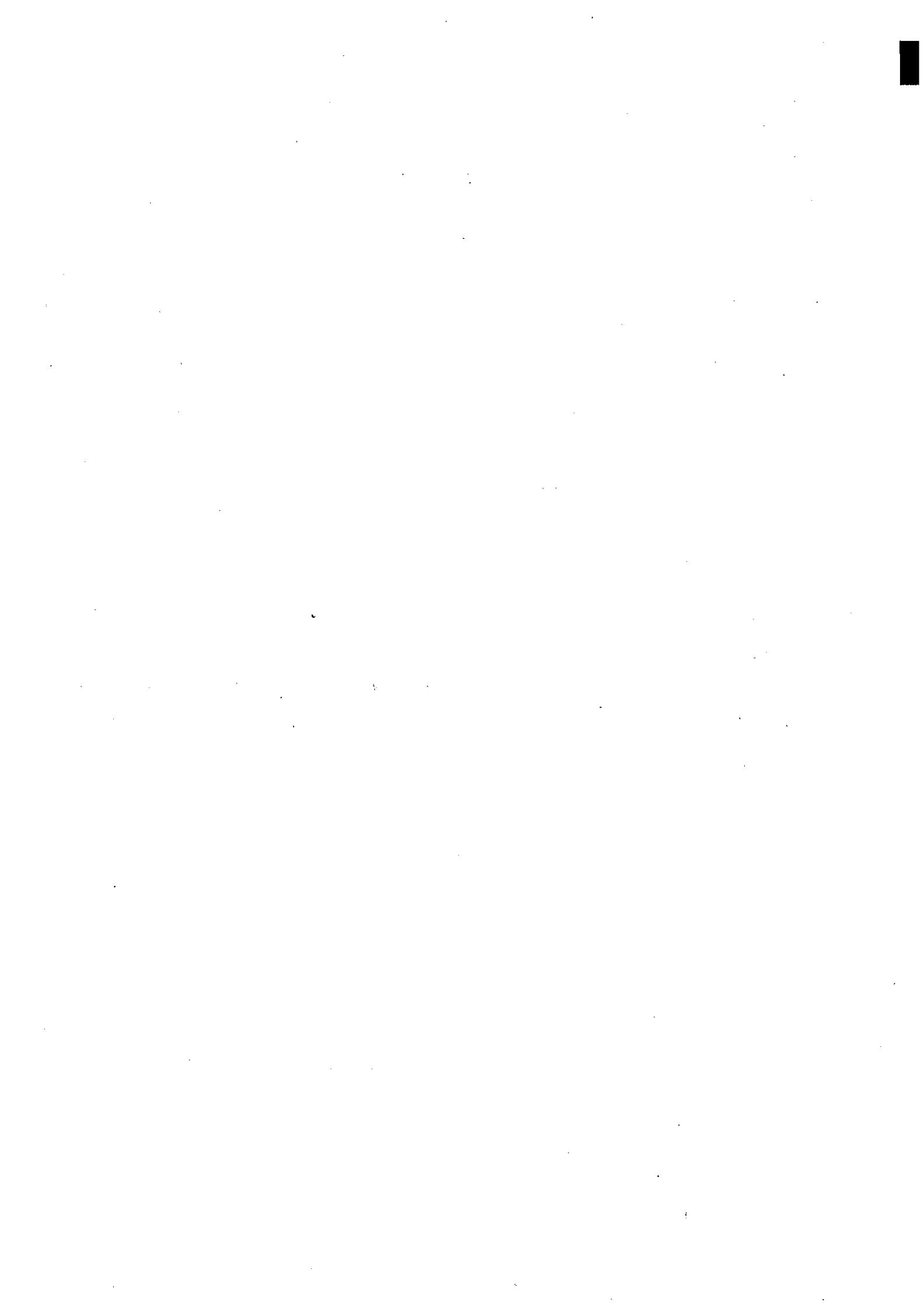
とする。2つの曲線 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ はある 1 点を共有し, その点における 2 つの曲線の接線が直交するとき, 次の問い合わせに答えよ。ただし, e は自然対数の底とする。

- (1) $h(x) = e^{-\frac{x}{n}} f(x)$ とおくとき, 導関数 $h'(x)$ と $h(x)$ を求めよ。
- (2) a を n を用いて表せ。
- (3) 2 つの曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$ と y 軸で囲まれた部分の面積を S_n とするとき, 極限値
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_1 + S_2 + \cdots + S_n}{n^3}$$
を求めよ。

3. O を原点とする座標平面において、第1象限に属する点 $P(\sqrt{2}r, \sqrt{3}s)$ (r, s は有理数) をとるとき、線分 OP の長さは無理数となることを示せ。

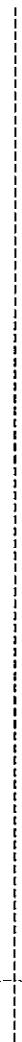
4. O を原点とする座標空間に 2 点 $A(0, 0, 1)$, $B(0, 0, -1)$ がある。 $r > 0$, $-\pi \leq \theta < \pi$ に対して, 2 点 $P(r \cos \theta, r \sin \theta, 0)$, $Q(\frac{1}{r} \cos \theta, \frac{1}{r} \sin \theta, 0)$ をとり, 2 直線 AP と BQ の交点を $R(a, b, c)$ とするとき, 次の問いに答えよ。

- (1) a, b, c の間に成り立つ関係式を求めよ。
- (2) 点 $G(4, 1, 1)$ をとる。 r, θ が $r \cos \theta = \frac{1}{2}$ をみたしながら変化するとき, 内積 $\overrightarrow{OG} \cdot \overrightarrow{OR}$ の最大値と, そのときの a, b, c の値を求めよ。



この線より上には解答を記入しないでください。

3.



4.



受験番号		氏名（漢字）
□ □ □ □		□□□□

数字は右づめで明瞭に書き空欄には0を記入する 例：0 4 7 7 悪い例：6 4 7 7

※枠内に記入しないこと

4	□	□	□
---	---	---	---

数学解答用紙

1.

(ア)	(イ)
-----	-----

2.

問題3、4の解答はこの裏面に記入してください。