受　験 番　号	

問　題　訂　正　文

(1)　試験開始の合図があるまで，裏返してはいけません。

(2)　受験番号欄に受験番号を記入してください。

(3)　試験終了後，回収します。持ち帰ってはいけません。

問題訂正

数学

訂正箇所	3ページ $\boxed{2}$ (4) 本文1行目
訂正内容	訂正前：点Pを通り直線OPに垂直な平面αと球面Kの共有点が円Rとなるとき 訂正後：点Pを通り直線OPに垂直な平面αと球面Kの共有部分が円Rとなるとき

数　　学

2023年度（令和5年度）

入　学　試　験　問　題

受験番号	

1. 注　意　事　項

(1) 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

(2) この問題冊子は6ページあります。

試験中に，問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れなどに気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。

(3) 問題冊子の表紙の受験番号欄に受験番号を記入してください。

(4) 解答用紙には，氏名，受験番号の記入欄および受験番号のマーク欄があります。それぞれに正しく記入し，マークしてください。

(5) 問題用紙のどのページも切り離してはいけません。問題冊子の余白は計算用紙として使用してもかまいません。

(6) **計算機能や辞書機能，通信機能などをもつ機器等の使用は禁止します。使用している場合は不正行為とみなします。**

(7) 試験終了後，解答用紙はもちろん，問題用紙も持ち帰ってはいけません。

2. 解答上の注意

解答上の注意は，裏表紙にも記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読んでください。ただし，冊子を開いてはいけません。また，解答用紙の左下に記載してある「注意事項」も読んでください。

(1) 問題は $\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$ の3つの大問があります。

(2) 各問題文中の $\boxed{ア}$，$\boxed{イウ}$ などの $\boxed{}$ には，数値または符号（＋，－）が入ります。これらを次の方法で，解答用紙の指定欄に，解答してください。

裏表紙につづく

解答上の注意（つづき）

（i） ア，イ，ウ，…… の1つ1つは，それぞれ，0 から 9 までの数字，または，＋，－ のいずれか1つに対応します。それらを，ア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークしてください。

〔例1〕 $\boxed{\text{アイウ}}$ に －30 と答えたいときは，

ア	⊕	●	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
イ	⊕	⊖	⓪	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
ウ	⊕	⊖	●	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨

（ii） 分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。また，それ以上約分できない形で答えてください。

〔例2〕 $\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\dfrac{5}{6}$ と答えたいときは，

エ	⊕	●	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
オ	⊕	⊖	⓪	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨
カ	⊕	⊖	⓪	①	②	③	④	⑤	●	⑦	⑧	⑨

（iii） 根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えてください。例えば，$\boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。

（iv） 根号を含む分数形で解答する場合，例えば

$\dfrac{\boxed{\text{ケ}}+\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$ に $\dfrac{3+2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを，

$\dfrac{6+4\sqrt{2}}{4}$ や $\dfrac{6+2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけません。

1

θ は $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ を満たす定数とし，関数 $f(x) = \log_{\sin\theta} x$ がある。

(1) $\theta = \dfrac{\pi}{6}$ とする。$f(1) =$ $\boxed{\text{ア}}$ ，$f(4) =$ $\boxed{\text{イウ}}$ である。
また，$x > 0$ のとき関数 $f(2x^2 + 1) - f(4x^4 + 12x^2 + 9)$ は，

$x = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$ のとき最小値 $\boxed{\text{カ}}$ をとる。

(2) $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ とする。$f(x) =$ $\boxed{\text{キク}}$ $\log_2 x$ であり，$\dfrac{f(8)}{\sqrt[3]{-f(16)}} =$ $\boxed{\text{ケコ}}$ である。また，x の不等式 $2\{f(x)\}^2 + 9f(x) - 5 > 0$ を満たす最小の自然数 x は $\boxed{\text{サ}}$ である。

(3) 原点を O とする座標平面で，$y = |f(x)|$ のグラフ上に 3 点をとり，y 軸に近い方から順に A，B，C とする。3 点 A，B，C は一直線上に並んでおり，A，B，C から x 軸に垂線を引き，交点をそれぞれ A′，B′，C′ とすると，OA′ : A′B′ : B′C′ = 1 : 1 : 1 である。このとき，点 C′ の x 座標は

$\dfrac{\boxed{\text{シ}}\sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である。また，四角形 AA′C′C の面積が $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ のとき，$\sin^2 2\theta = \dfrac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チツ}}}$ である。

計　算　用　紙

2

原点をOとする座標空間に，3点A(2, 2, 0)，B(0, 2, 2)，P(t, t, t)がある。線分ABを直径とする球面をKとし，球面Kの中心をCとする。ただし，tは正の実数とする。

(1) $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=$ $\boxed{ア}$ であり，球面Kの方程式は，

$x^2+y^2+z^2-\boxed{イ}\,x-\boxed{ウ}\,y-\boxed{エ}\,z+\boxed{オ}=0$ である。

(2) 直線OPと球面Kの共有点をP_1，P_2とし，$OP_1<OP_2$とする。P_1のx座標は $\dfrac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}$ であり，P_2のx座標は $\boxed{ク}$ である。このとき，$\triangle CP_1P_2$の面積は $\dfrac{\boxed{ケ}\sqrt{\boxed{コ}}}{\boxed{サ}}$ である。

(3) 点Pを通り直線OPに垂直な平面が球面Kと接するとき，接点の座標を(p, q, r)とすると，

$p=\boxed{シ}-\dfrac{\sqrt{\boxed{ス}}}{\boxed{セ}}$，$\boxed{シ}+\dfrac{\sqrt{\boxed{ス}}}{\boxed{セ}}$ である。ただし，2つずつある $\boxed{シ}$，$\boxed{ス}$，$\boxed{セ}$ にはそれぞれ同じものがはいる。

このとき，2つのpの値に対応する接点をpの値が小さい順にT_1，T_2とし，点T_2から直線OT_1に垂線T_2Dを引くと，

$D\left(\dfrac{\boxed{ソ}}{\boxed{タ}},\ \boxed{チ}+\dfrac{\sqrt{\boxed{ツ}}}{\boxed{テ}},\ \dfrac{\boxed{ト}}{\boxed{ナ}}\right)$ である。

(4) 点Pを通り直線OPに垂直な平面αと球面Kの共有点が円Rとなるときを考える。ただし，平面αが点Cを通るときを除くとする。このとき，Cを頂点とし，円Rを底面とする円錐の体積の最大値は $\dfrac{\boxed{ニ}\sqrt{\boxed{ヌ}}}{\boxed{ネノ}}\pi$ である。

計　算　用　紙

3

(1)　関数$f(x)=\sin^{11}x\,(-\pi \leqq x \leqq \pi)$は，$x=\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\pi$のとき

極大値 $\boxed{\text{ウ}}$ をとり，$x=\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}\pi$のとき極小値 $\boxed{\text{キク}}$ をとる。また，曲線$y=f(x)$の5つある変曲点のx座標を小さい順にα_1，α_2，α_3，α_4，α_5とするとき，$\displaystyle\sum_{k=1}^{5}\cos^2\alpha_k=\dfrac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$である。

(2)　0以上の整数m，nに対して，$S(m,\ n)=\displaystyle\int_{-1}^{1}(1-x)^m(1+x)^n\,dx$とすると，$S(3,\ 1)=\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$である。また，$n$を1以上の整数とするとき，$S(m,\ n)$を$S(m+1,\ n-1)$，$m$，$n$を用いて表すと，

$S(m,\ n)=\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}S(m+1,\ n-1)$である。$\boxed{\text{ソ}}$，$\boxed{\text{タ}}$に当てはまるものを，次の⓪～⑤から一つずつ選べ。

⓪ m　　① n　　② $m-1$

③ $n-1$　　④ $m+1$　　⑤ $n+1$

また，$S(5,\ 5)=\dfrac{\boxed{\text{チツテ}}}{\boxed{\text{トナニ}}}$である。

(3)　(1)において，$0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}$の範囲で，$y=f(x)$のグラフと$x$軸，および直線$x=\dfrac{\pi}{2}$で囲まれる部分の面積は$\dfrac{\boxed{\text{ヌネノ}}}{\boxed{\text{ハヒフ}}}$である。

計　算　用　紙