

Ⅱ期

数 学

1～6 ページ (問題は1, 3, 5ページにあります。)

注 意

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答時間は 60 分間です。
3. 解答用紙は数学解答用紙 1 枚 (2 ページ綴り) です。
4. 受験番号を、数学解答用紙の所定欄 (ページごとに合計 2 箇所) に記入しなさい。
5. 試験開始後、ただちにページ数を確認し、落丁や印刷の不鮮明なものがあれば申し出なさい。
6. 試験終了後、数学解答用紙 1 枚 (2 ページ綴り) を提出しなさい。
問題冊子は持ち帰りなさい。

[I] つぎの定積分の値を求めなさい.

$$(1) \int_0^{\frac{2}{3}} (3x-2)^5 dx$$

$$(2) \int_0^{\frac{\pi}{12}} \sin x \cos x dx$$

$$(3) \int_1^{\log 2} e^{5x} dx$$

$$(4) \int_0^1 \frac{x^2 + 10x + 26}{x+5} dx$$

計算用余白

[II] 曲線 $y = x^4$ 上の点列 $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2), \dots, P_n(x_n, y_n), \dots$ を考える。

ただし、 $1 = x_1 < x_2 < \dots < x_n < \dots$ とする。原点を O として、線分 OP_1 と曲線の弧 OP_1 とで囲まれる部分の面積を S_1 とし、また、線分 OP_{n-1} と線分 OP_n と曲線の弧 $P_{n-1}P_n$ とで囲まれる部分の面積を S_n 、($n = 2, 3, \dots$) とする。以下の問い合わせに答えなさい。

(1) S_1 を求めなさい。

(2) $n = 2, 3, \dots$ に対して、 S_n を x_n と x_{n-1} を用いて表しなさい。

(3) $S_1, S_2, \dots, S_n, \dots$ が公比 $\frac{31}{32}$ の等比数列になっているとする。 n が限りなく大きくなるとき、点 P_n はある点に限りなく近づくが、その点の座標を求めなさい。

計算用余白

[III] 原点 O の座標平面上に椭円 $C: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ および直線 $\ell: y = -2x + k$ がある。このとき、以下の問い合わせに答えなさい。

(1) C と ℓ が共有点をもつときの k の取り得る値の範囲を求めなさい。

(1) で求めた範囲のうち、 k の最大値を Max、最小値を Min で表すこととする。

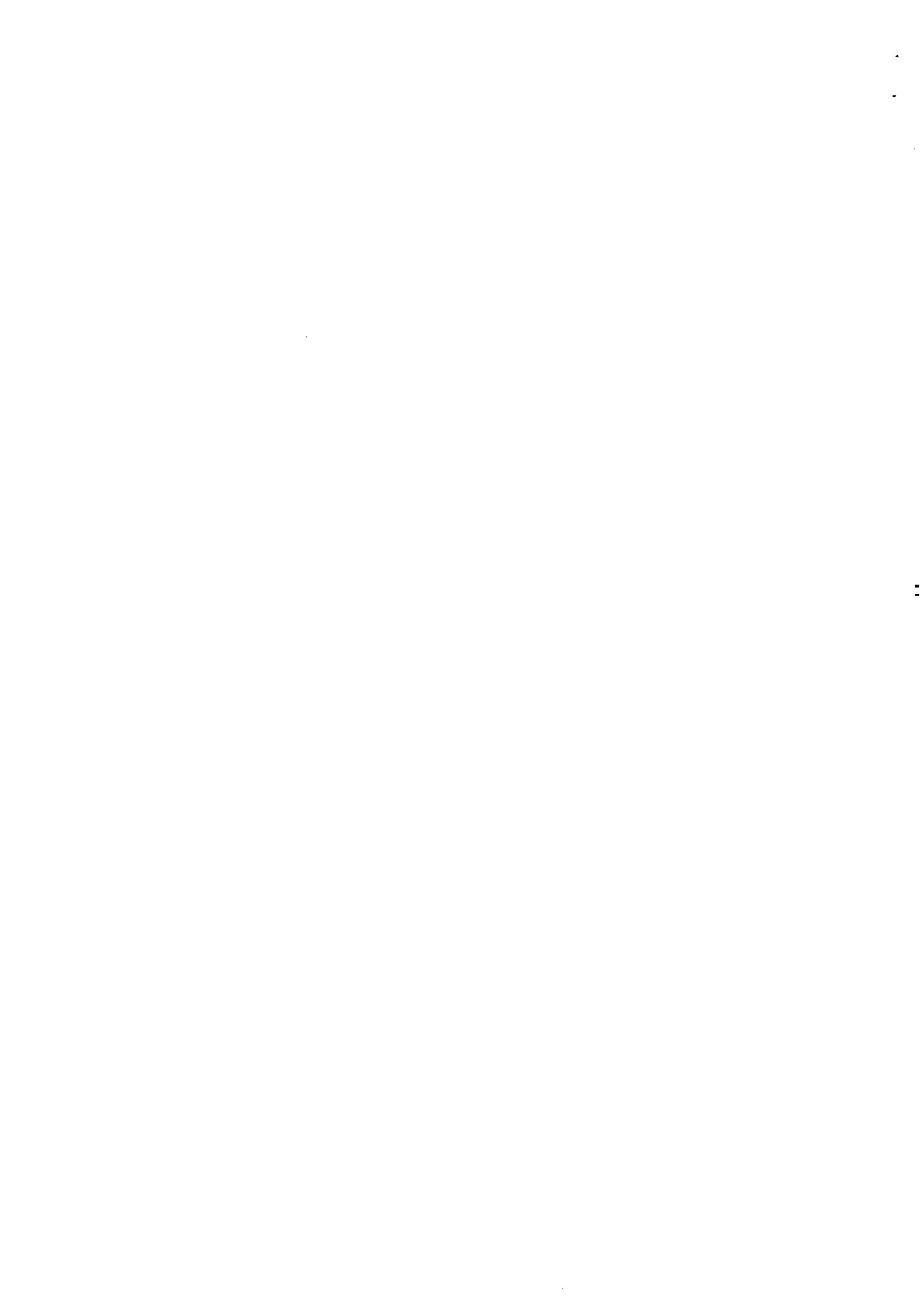
また、 $k = \text{Max}$ となるときの共有点を A で表す。

(2) $\text{Min} < k < \text{Max}$ を満たす k に対して、 C と ℓ の 2 つの交点の中点を P とする。

さらに、点 P を通り ℓ に垂直な直線が C と交わる 2 点の中点を Q とする。P, Q の座標を k を用いて表しなさい。

(3) (2) の P, Q に対して、三角形 APQ を作り、その面積を S とする。 S を k の式で表し、 $0 \leq k \leq \text{Max}$ の場合に S の最大値を求めなさい。

計算用余白



受験番号

数学解答用紙**[I]**

(1) 計算式

(4) 計算式

合計点

(2) 計算式

(3) 計算式

解 答 框			
(1)	(2)	(3)	(4)
点 3 - 1			

[II]

(1) 計算式

(3) 計算式

(2) 計算式

答 $S_1 =$ 答 $S_n =$

点 3 - 2

受験番号	
------	--

数学解答用紙

[III]

(1) 計算式

(3) 計算式

(2) 計算式

答

$$S = \begin{cases} S \\ S の最大値は \end{cases}$$

点 3 - 3

--

P(,), Q(,)

答