

数 学 問 題 ・ 答 案 用 紙 (一)

I. 次の 1) ～ 4) の設問に対して、答えのみを下の解答欄に記入せよ。

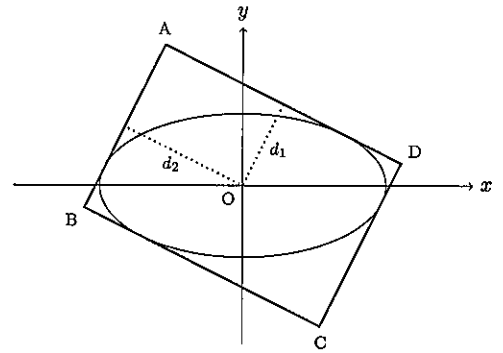
- 1) (a) 2024 の正の約数の個数を求めよ。
(b) 2024 の正の約数の総和を求めよ。
- 2) A, B 両者が勝負をして、先に 4 勝した方を優勝者とする。A, B 共に勝率は $\frac{1}{2}$ で、引き分けはないものとするとき、次の問いに答えよ。
(a) 4 試合目で優勝者が決まる確率を求めよ。
(b) 6 試合目で優勝者が決まる確率を求めよ。
- 3) 平面上に、 $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{0}$, $|\vec{OA}| = 5$, $|\vec{OB}| = 4$, $|\vec{OC}| = 6$ を満たす 3 つのベクトル $\vec{OA}$, $\vec{OB}$, $\vec{OC}$ がある。このとき、次の問いに答えよ。
(a) $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ を求めよ。
(b) $\triangle ABC$ の面積を求めよ。
- 4) 次の空欄を埋めよ。
 a を正の定数とし、関数 $f(x) = \sqrt{x^2 + a} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + a}}$ を考える。 $f'(x) = \frac{\boxed{(a)}}{(x^2 + a)^{3/2}}$ であるので、 $f(x)$ が極大値をもつための条件は $0 < a < \boxed{(b)}$ であり、そのときの $f(x)$ の極大値は $\boxed{(c)}$ 、極小値は $\boxed{(d)}$ である。

解答欄

1)	(a)		(b)	
2)	(a)		(b)	
3)	(a)		(b)	
4)	(a)		(b)	
	(c)		(d)	

II. 楕円 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ に 4 点で外接する長方形 ABCD を考えるとき, 次の問いに答えよ。

- 1) 直線 AD の方程式が $ax + by + c = 0$ であるとする。原点から辺 AD への距離 d_1 と原点から辺 AB への距離 d_2 を a, b で表せ。



- 2) この長方形の対角線の長さ L を求めよ。

- 3) この長方形の面積 S の最大値およびそのときの長方形の頂点の座標を求めよ。

III. $-\sqrt{k} \leq x \leq \sqrt{k}$ ($k = 1, 2, \dots$) を満たす整数 x の個数を a_k , $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ ($n = 1, 2, \dots$) とする。このとき, 次の問いに答えよ。

1) S_4 を求めよ。

2) 不等式 $2\sqrt{k} - 1 < a_k \leq 2\sqrt{k} + 1$ ($k = 1, 2, \dots$) を証明せよ。

3) 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n^{\frac{3}{2}}}$ を求めよ。