

数 学

1 ～ 6 ページ (問題は1, 3, 5ページにあります。)

注 意

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答時間は 60 分間です。
3. 解答用紙は数学解答用紙 1 枚 (2 ページ綴り) です。
4. 受験番号を、数学解答用紙の所定欄 (ページごとに合計 2 箇所) に記入しなさい。
5. 試験開始後、ただちにページ数を確認し、落丁や印刷の不鮮明なものがあれば申し出なさい。
6. 試験終了後、数学解答用紙 1 枚 (2 ページ綴り) を提出しなさい。
問題冊子は持ち帰りなさい。

[I] $a = \sqrt{3} + \sqrt{5}$ とおく. 以下の問いに答えなさい.

(1) $a + \frac{2}{a}$ の値を求めなさい.

(2) a は無理数であることを証明しなさい. ただし, 必要なら, $\sqrt{3}$ や $\sqrt{5}$ が無理数であることを用いてよい.

〔Ⅱ〕 円 $C: (x-2)^2 + (y-2)^2 = 1$ について以下の問いに答えなさい.

(1) 原点 O から円 C に接線をひくとき、傾きが小さいほうの接線を ℓ とし、その接点を A とする. ℓ の方程式と A の座標を求めなさい.

(2) 直線 $y = \frac{3}{2}x$ と円 C との交点のうち、 x 座標が大きいほうを点 B とする. B と (1) の A および原点 O とで作られる三角形 OAB の面積を求めなさい.

〔Ⅲ〕 関数 $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$, $g(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$ を考える. 以下の問いに答えなさい.

(1) 座標平面上の 2 つの曲線 $y = f(x)$ および $y = g(x)$ で囲まれる部分の面積を求めなさい.

(2) $\alpha > 1$ とする. 曲線 $y = f(x)$ 上に点 $P_1(\alpha, f(\alpha))$ を, 曲線 $y = g(x)$ 上に点 $P_2(\alpha, g(\alpha))$ をとる. P_1 における $y = f(x)$ の接線を ℓ_1 , P_2 における $y = g(x)$ の接線を ℓ_2 とするとき, ℓ_1 および ℓ_2 をそれぞれ求めなさい.

(3) $\alpha > 1$ として, (2) の ℓ_1 , ℓ_2 の交点の x 座標が $-\frac{11}{3}$ であるとき, α の値を求めて, ℓ_1 , ℓ_2 および $x = \alpha$ で囲まれる部分の面積を求めなさい.

受験番号	
------	--

数学解答用紙

[Ⅰ]

(1) 計算式

(2) 計算式

合 計 点

答

点 3 - 1

[Ⅱ]

(1) 計算式

(2) 計算式

答 ①: , A (,)

答

点 3 - 2

数学解答用紙

[Ⅲ]

(1) 計算式

(3) 計算式

答

(2) 計算式

 ℓ_1 : ℓ_2 :

答

答 $\alpha =$, 面積 :

点 3 - 3