

I. 次の 1) ～ 4) の設問に対して、答えのみを下の解答欄に記入せよ。

- 1) 正の約数の個数が 12 である自然数を小さい順に 3 つ求めよ。
- 2) n を 2 以上の整数とする。 $a+b+c+d=n$ を満たす a, b, c, d について、次の問いに答えよ。
 - (a) a, b, c, d が 0 以上の整数のとき、条件を満たす a, b, c, d の組は何個あるか。
 - (b) a, b が自然数、 c, d が 0 以上の整数のとき、条件を満たす a, b, c, d の組は何個あるか。
- 3) 座標平面において、原点を中心とする半径 3 の円 O_1 に点 $A(3, 0)$ において内接する半径 2 の円を O_2 とする。 O_2 上の点 $B(2, \sqrt{3})$ において O_2 に外接し、 O_1 と内接する円 O_3 の中心を P とするとき、次の問いに答えよ。
 - (a) O_2 の中心を C とする。 $\overrightarrow{CP} = t\overrightarrow{CB}$ とするとき、 P の座標を t で表せ。
 - (b) P の座標と O_3 の半径 r を求めよ。
- 4) 関数 $f(x) = \frac{1}{3}\cos 3x - \sqrt{3}\sin x + \cos x$ ($0 \leq x \leq \pi$) について、次の問いに答えよ。
 - (a) $\alpha = x + \frac{\pi}{3}$, $t = \cos \alpha$ とするとき、 $\cos 3x$ を t で表せ。
 - (b) $f(x)$ を t で表せ。
 - (c) $f(x)$ の最大値、最小値およびそのときの x の値を求めよ。

解答欄

1)				
2)	(a)		(b)	
3)	(a)		(b)	
4)	(a)		(b)	
	(c)	最大値	最小値	

II. n を自然数とする。 $(2 + \sqrt{3})^n = x_n + \sqrt{3}y_n$ を満たす有理数 x_n, y_n について, 点 (x_n, y_n) と点 (x_{n+1}, y_{n+1}) を結ぶ直線の傾きを k_n とするとき, 次の問いに答えよ。

1) x_{n+1} および y_{n+1} をそれぞれ x_n と y_n の式で表せ。

2) $x_n^2 - 3y_n^2$ の値を求めよ。

3) $\lim_{n \rightarrow \infty} k_n$ を求めよ。

III. 座標空間において, 3 点 $A(-1, 0, 1)$, $B(0, 1, 1)$, $C(0, -1, -1)$ を通る平面 α と $x^2 - 6x + y^2 + z^2 + 2z = 0$ で表される球面 S があるとき, 次の問いに答えよ。

1) 球面 S の半径を求めよ。

2) 球面 S の中心 P から平面 α に垂線を下ろし, 平面 α との交点を H とする。点 H の座標を求めよ。

3) 球面 S と平面 α の共通部分を K とする。点 Q が K 上を動くとき, 点 Q と xy 平面との距離が最大となるときの点 Q の座標を求めよ。