Windom の解答速報 順天堂大(医) 物理 2016

$\boxed{\text{I}}$ **第1問**

問 1 それぞれのつりあいの式は,

$$\begin{cases} M_A g = PS_A \\ T + PS_B = M_A g \\ 2T = Mg \end{cases}$$

$$\therefore M_A = \left(M_B - \frac{M}{2}\right)\frac{S_A}{S_B} \quad \Rightarrow \boxed{1} \ ③$$

問 2 (a) ドップラー効果の公式より,

$$f' = \frac{V}{V - v\cos\theta} f \quad \Rightarrow \boxed{2} \ ⑦$$

(b) 人工衛星の円運動より,

$$G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$$

$$\therefore v = \sqrt{\frac{GR}{r}}$$

また, $f_P = \dfrac{c}{c - v\cos\phi} f$, $f_Q = \dfrac{c}{c + v\cos\phi} f$

よって,

$$\frac{f_P + f_Q}{f_P - f_Q} = \frac{\dfrac{1}{c - v\cos\phi} + \dfrac{1}{c + v\cos\phi}}{\dfrac{1}{c - v\cos\phi} - \dfrac{1}{c + v\cos\phi}}$$

$$= \frac{c + v\cos\phi + (c - v\cos\phi)}{c + v\cos\phi - (c - v\cos\phi)}$$

$$= \frac{2c}{2v\cos\phi} = \frac{c}{v\dfrac{R}{r}} = \frac{c}{\sqrt{\dfrac{GR}{r}}\cdot\dfrac{R}{r}}$$

$$\therefore r = \left(\frac{GMR^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{f_P + f_Q}{f_P - f_Q}\right)^{\frac{2}{3}} \quad \Rightarrow \boxed{3} \ ⑧$$

問 3 (a) 屈折の法則より, $\dfrac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = n$

図より, $\theta_2 = \phi - \beta$

$$\theta_1 = 90° - \{(90° - \phi) - \alpha\} = \phi + \alpha$$

問題文や図より, 微少角を近似して,

$\sin\alpha \fallingdotseq \tan\alpha \fallingdotseq \dfrac{h}{a}$, $\sin\beta \fallingdotseq \tan\beta \fallingdotseq \dfrac{h}{b}$

$\sin\phi \fallingdotseq \tan\phi \fallingdotseq \dfrac{h}{r}$, また $\cos\alpha \fallingdotseq \cos\beta \fallingdotseq \cos\phi \fallingdotseq 1$

よって, $\sin\theta_1 = \sin(\phi + \alpha)$

$$= \sin\phi\cos\alpha + \cos\phi\sin\alpha \fallingdotseq \frac{h}{r} + \frac{h}{a}$$

$\sin\theta_2 = \sin(\phi - \beta)$

$$= \sin\phi\cos\beta - \cos\phi\sin\beta \fallingdotseq \frac{h}{r} - \frac{h}{b}$$

$\sin\theta_1 = n\sin\theta_2$ に代入して, $\dfrac{h}{r} + \dfrac{h}{a} = n\left(\dfrac{h}{r} - \dfrac{h}{b}\right)$

$$\therefore \frac{1}{a} + \frac{n}{b} = \frac{n-1}{r} \quad \Rightarrow \boxed{4} \ ⑨$$

(b) $a \to \infty$ となるので, $b = \dfrac{nr}{n-1} \quad \Rightarrow \boxed{5} \ ⑦$

問 4 コイルついてのモーメントのつりあいを考えて,

$$IBL\sin 60° \times \frac{R}{2} \times 2 = Mg\cos 60° \times \frac{R}{2}$$

$$\therefore I = \frac{Mg}{2\sqrt{3}BL} \quad \Rightarrow \boxed{6} \ ⑧$$

問 5 $W = h\upsilon_0 = \dfrac{6.6\times10^{-34}\times5.6\times10^{14}}{1.6\times10^{-19}} \fallingdotseq 2.3\,\text{eV} \quad \Rightarrow \boxed{7} \ ④$

第2問

問 1 ファラデーの電磁誘導の法則より,

$$v_1 = n_1\left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| \quad \Rightarrow \boxed{1} \ ⑤$$

$$v_2 = n_2\left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| \quad \Rightarrow \boxed{2} \ ⑥$$

問 2 (a) 電圧は巻き数に比例するので,

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{n_2}{n_1} = N$$

$V_1 I_1 = V_2 I_2$ の関係も含めて,

$$\therefore \frac{I_1}{I_2} = \frac{V_2}{V_1} = N \quad \Rightarrow \boxed{3} \ ⑥$$

(b) 一次側の回路で,

$$V_1 = V_0 - RI_1 \quad \Rightarrow \boxed{4} \ ⑤$$

(c) 二次側の回路で,

$V_2 = RI_2$ が成り立ち,

$V_1 I_1 = V_2 I_2$, $\dfrac{I_1}{I_2} = N$ の式より,

$$I_2 = \frac{V_0}{\dfrac{R}{N} + NR_0} \quad \Rightarrow \boxed{5} \ ⑧$$

(d) $P = RI_2{}^2 = R\left(\dfrac{V_0}{\dfrac{R}{N} + NR_0}\right)^2$

相加相乗より, $\dfrac{R}{N} + NR_0 \geq 2\sqrt{\dfrac{R}{N}\times NR_0} = 2\sqrt{RR_0}$ で,

$\dfrac{R}{N} = NR_0$ のとき等号成立するので, 最大となるのは,

$N = \sqrt{\dfrac{R}{R_0}}$ のときである。 $\Rightarrow \boxed{6} \ ①$

(e) $P = RI_2{}^2 \leq R\left(\dfrac{V_0}{2\sqrt{RR_0}}\right)^2 = \dfrac{V_0{}^2}{4R_0} \quad \Rightarrow \boxed{8} \ ③$

最大になるとき,

$$P_0 = R_0 I_1{}^2 = R_0 N^2 I_2{}^2 = R_0\frac{R}{R_0}\left(\frac{V_0}{2\sqrt{RR_0}}\right)^2$$

$$= R_0\frac{R}{R_0}\frac{V_0{}^2}{4RR_0} = \frac{V_0{}^2}{4R_0} \quad \Rightarrow \boxed{7} \ ③$$

第3問

問1　内部エネルギーが$U=\alpha RT$で与えられているから，
$U=1\cdot C_vT$と比較してこの気体の定積モル比熱は
$C_v=\alpha R$と書ける。また，$C_p-C_v=R$より，
$C_p=C_v+R=\alpha R+R=(\alpha+1)R$

(a) 定積変化だから，$\Delta PV=R\Delta T$と書けて，
$$Q=1\cdot C_v\Delta T=\alpha R\Delta T=\alpha\Delta PV$$
$$\therefore \Delta P=\frac{Q}{\alpha V} \quad \Rightarrow \boxed{1} \quad ⑤$$

(b) 定積変化だから，$P\Delta V=R\Delta T$と書けて，
$$Q=1\cdot C_p\Delta T=(\alpha+1)R\Delta T=(\alpha+1)P\Delta V$$
$$\therefore \Delta V=\frac{Q}{(\alpha+1)P} \quad \Rightarrow \boxed{2} \quad ①$$

問2　(a) 熱力学第一法則より，
$$0=\Delta U+W_A=\alpha R\Delta T+W_A$$
$$=\alpha R\left(T_A'-T\right)+W_A$$
$$\therefore T_A'=T-\frac{W_A}{\alpha R} \qquad (PV=RT)$$
$$=\frac{PV}{R}-\frac{W_A}{\alpha R}=\frac{\alpha PV-W_A}{\alpha R} \quad \Rightarrow \boxed{3} \quad ①$$

(b) それぞれの変化後の状態方程式は，
$$P_A'V'=RT_A', \qquad P_B'V'=RT$$
辺々引いて，
$$P_B'-P_A'=\frac{R}{V'}\left(T-T_A'\right)$$
$$=\frac{R}{V'}\left(\frac{PV}{R}-\frac{\alpha PV-W_A}{\alpha R}\right)=\frac{W_A}{\alpha V'} \quad \Rightarrow \boxed{4} \quad ③$$

問3　(a) 過程Ａは等温変化だから熱力学第一法則より，
$$Q_A=W_A$$
また，Ｐ－Ｖ図のそれぞれの過程の面積をイメージすると，$W_B>W_A$
よって，$Q_A=W_B>W_A \quad \Rightarrow \boxed{5} \quad ⑦$

(b) 断熱変化なので，
$$PV^\gamma=(P+\Delta P)(V+\Delta V)^\gamma$$
$$\Leftrightarrow \frac{P+\Delta P}{P}=\left(\frac{V}{V+\Delta V}\right)^\gamma$$
$$\Leftrightarrow 1+\frac{\Delta P}{P}=\left(\frac{V+\Delta V}{V}\right)^{-\gamma}=\left(1+\frac{\Delta V}{V}\right)^{-\gamma}\cong 1-\gamma\frac{\Delta V}{V}$$
ここで，$\gamma=\dfrac{C_P}{C_V}=\dfrac{(\alpha+1)R}{\alpha R}=\dfrac{\alpha+1}{\alpha}$
$$\therefore \frac{\Delta P}{P}=-\frac{\alpha+1}{\alpha}\frac{\Delta V}{V} \quad \Rightarrow \boxed{6} \quad ⑨$$

$\boxed{\text{II}}$

問1　力積と運動量の関係から，
$$Mu-0=F\sin\theta\cdot\Delta t$$
$$\therefore F\cdot\Delta t=\frac{Mu}{\sin\theta} \quad （答）$$

問2　鉛直方向のつりあいより，
$$N=Mg+F\cos\theta \quad （答）$$

問3　水平方向の力積と運動量の関係から，
$$mv_x-0=-F\sin\theta\cdot\Delta t$$
$$=-Mu$$
$$\therefore v_x=-\frac{M}{m}u \quad （答）$$
鉛直方向の力積と運動量の関係から，
$$mv_y-(-mv_0)=F\cos\theta\cdot\Delta t$$
$$=\frac{Mu}{\tan\theta}$$
$$\therefore v_y=\frac{Mu}{m\tan\theta}-v_0 \quad （答）$$

問4　エネルギーが保存されるから，
$$\frac{1}{2}m\left(v_x{}^2+v_y{}^2\right)+\frac{1}{2}Mu^2=\frac{1}{2}mv_0{}^2$$
$$\therefore u=\frac{2m\tan\theta}{(M+m)\tan^2\theta+M}v_0 \quad （答）$$

問5　$M=2m$，$\tan\theta=\tan 45°=1$を代入して，
$$u=\frac{2}{5}v_0$$
$$v_x=-\frac{M}{m}u=-\frac{2m}{m}u=-2u=-\frac{4}{5}v_0$$
$$v_y=2u-v_0=\frac{4}{5}v_0-v_0=-\frac{1}{5}v_0$$
条件は，
$$l-ut_1\le -v_xt_1$$
$$-l=v_yt_1-\frac{1}{2}gt_1{}^2$$
これらを解いて，$v_0\ge\sqrt{\dfrac{5gl}{12}}$　（答）

【講評】　問題量は例年通りかなり多い。難しい問題も含まれ，解けそうな問題をだけを素早く解くのが肝要である。
第１問は割と解きやすいが中には計算で戸惑う問題もある。
第２問は途中から計算が大変で解きづらい。
第３問は難易度は高いが，熱力学になじみのある人は何とか解けたのではなかろうか。
$\boxed{\text{II}}$もあまり慣れていない問題。似たような問題を解いたことがある人であればそれなりには解けたであろう。ただ，立式の中身を知らなければ難しいし，最後は計算が大変である。