2018 年度　順天堂大学(医)入試　数学　解答速報

I

(1)

ア	1	イ	2	ウ	0	エ	4	オ	3
カ	−	キ	2	ク	3	ケ	5	コ	4

(2)

ア	6	イ	6	ウ	0	エ	9	オ	4
カ	7								

(3)

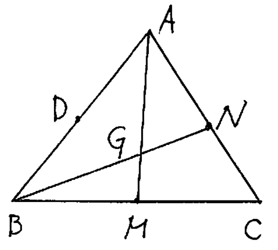
ア	−	イ	1	ウ	2	エ	1	オ	2
カ	2	キ	2						

II

ア	1	イ	9	ウ	4	エ	8	オ	1
カ	1	キ	5	ク	7	ケ	1	コ	5
サ	1	シ	1	ス	5	セ	2	ソ	9
タ	4	チ	9	ツ	1	テ	9	ト	1
ナ	4	ニ	1	ヌ	4	ネ	3	ノ	5

III

(1) BC, CAの中点をM, Nとする。



メネラウスの定理から

$$\frac{CA}{AN}\cdot\frac{NG}{GB}\cdot\frac{BM}{MC}=1$$

$$\frac{2}{1}\cdot\frac{NG}{GB}\cdot\frac{1}{1}=1$$

$$\frac{NG}{GB}=\frac{1}{2}$$

従って $\overrightarrow{AG}=\dfrac{\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AN}}{3}=\dfrac{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}}{3}$

$$=\frac{1}{3}(\vec{b}+\vec{c})$$

(2) $\overrightarrow{DA}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}=-\frac{1}{2}\vec{b}$

$\overrightarrow{DG}=\overrightarrow{AG}-\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}(\vec{b}+\vec{c})-\frac{1}{2}\vec{b}$

$=\frac{1}{6}(-\vec{b}+2\vec{c})$

$\overrightarrow{DA}\cdot\overrightarrow{DG}=\frac{1}{12}(|\vec{b}|^2-2\vec{b}\cdot\vec{c})$

$=\frac{1}{12}(|\vec{b}|^2-2|\vec{b}||\vec{c}|\cos\theta)$ ---- ①

(3) (2)と同様に

$\overrightarrow{NA}=-\frac{1}{2}\vec{c}$

$\overrightarrow{NG}=\overrightarrow{AG}-\overrightarrow{AN}=\frac{1}{6}(2\vec{b}-\vec{c})$

$\overrightarrow{NA}\cdot\overrightarrow{NG}=\frac{1}{12}(|\vec{c}|^2-2|\vec{b}||\vec{c}|\cos\theta)$ -- ②

外心は各辺の垂直二等分線の交点だから

Gが外心のとき ①$=0$ かつ ②$=0$

①$=0$より

$\frac{1}{12}|\vec{b}|(|\vec{b}|-2|\vec{c}|\cos\theta)=0$

$|\vec{b}|\neq 0$だから $|\vec{b}|=2|\vec{c}|\cos\theta$ —①′

②$=0$より

$\frac{1}{12}|\vec{c}|(|\vec{c}|-2|\vec{b}|\cos\theta)=0$

$|\vec{c}|\neq 0$だから $|\vec{c}|=2|\vec{b}|\cos\theta$ —②′

①′÷②′より

$$\frac{|\vec{b}|}{|\vec{c}|}=\frac{2|\vec{c}|\cos\theta}{2|\vec{b}|\cos\theta}$$

$|\vec{b}|^2=|\vec{c}|^2$

$|\vec{b}|=|\vec{c}|$ ---- ③

③を①′へ代入すると

$|\vec{b}|=2|\vec{b}|\cos\theta$

$\cos\theta=\frac{1}{2}$

$\theta=\frac{\pi}{3}$ —— ④

③かつ④より △ABCは正三角形

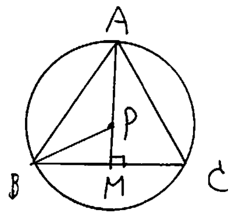
逆に△ABCが正三角形のとき

重心Gは $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}(\vec{b}+\vec{c})$

外心をPとすると $\angle BPM=\frac{\pi}{3}$ だから

BP : PM = 2 : 1

従って AP : PM = 2 : 1



$\overrightarrow{AP}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$

$=\frac{2}{3}\cdot\dfrac{\vec{b}+\vec{c}}{2}$

$=\frac{1}{3}(\vec{b}+\vec{c})$

外心と重心が一致する。

以上から条件は △ABCが正三角形であること。

講評

[1]は例年4題だったが、今年は3題に減って、標準的なレベルの問題が出題された。
[2]の確率は難かしく、[3]の記述は基本的
[1]と[3]を確実に得点し、[2]のできる所をうめて行けばよい。