

物 理 (その1)

1 水素原子の電子(電荷 $-e$)は、原子核(電荷 $+e$)から電気力を受け等速円運動を行う。ただし $e > 0$ である。このとき以下の問いに答えなさい。なお、光の速さを c 、プランク定数を h 、クーロンの法則の比例定数を k 、電子の質量を m とする。

(1) 電子の行う円運動の半径と電子の速さをそれぞれ r, v としたとき電子の運動方程式を示しなさい。

電子は「ある条件」を満たすとびとびの円軌道上にしか存在できない。その軌道上では電子は電磁波を放出せず、安定に存在できる。電子がとるこの状態を定常状態という。

(2) 電子が定常状態を保って軌道上を運動し続けるためには、電子が物質波として軌道の円周に沿って定常波を作っていないなければならない。このときに満たすべき「ある条件」を何というか。また、この条件を数式を使って示しなさい。その際に自然数 n を使いなさい。

(3) 「ある条件」によって電子の軌道半径 r および電子の速さ v は n に依存する。そこで、それらをそれぞれ r_n, v_n と表すことにする。半径 r_n を m, n, h, k, e を用いて示しなさい。

(4) 軌道半径が r_n の電子の力学的エネルギー E_n を m, n, h, k, e を用いて表しなさい。ただし、電子が原子核から無限に離れているときの電気力による位置エネルギーを 0 とする。

(5) 電子が n 番目の軌道から n' 番目の軌道に移るとき光を放出した。 n と n' の関係を不等号を用いて示しなさい。また、この光の波長を λ としたとき、 $\frac{1}{\lambda}$ を求めなさい。

$$(1) m \frac{v^2}{r} = \frac{ke^2}{r^2}$$

$$(2) \text{量子条件 } 2\pi r = \frac{h}{mv} \times n \quad v = \frac{hn}{2\pi rm}$$

$$(3) m \times \frac{h^2 n^2}{4\pi^2 r^2 m^2} = \frac{ke^2}{r} \quad \therefore r_n = \frac{h^2}{4\pi^2 ke^2 m} \times n^2$$

$$(4) E_n = -\frac{ke^2}{2r_n} \\ = -\frac{2\pi^2 k^2 e^4 m}{h^2} \times \frac{1}{n^2}$$

$$(5) n > n'$$

$$\frac{hc}{\lambda} = E_n - E_{n'} \quad \therefore \frac{1}{\lambda} = \frac{2\pi^2 k^2 e^4 m}{ch^3} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

2

A 図1のように、長さ15 m、重さ 8.0×10^2 Nの変形しない板ADが支柱Bと支柱Cによって支えられている。重さ 6.0×10^2 Nの人がAからDに向かって移動している。なお、板の重心は板の中心にあるものとする。以下の問いに答えなさい。

- この人がAから7.0 mの位置にいるとき、支柱Bと支柱Cが板を支える力の大きさは、それぞれいくらか。
- この人がある位置に来た時に、板が支柱Bから離れた。このときの位置はAから何mの位置か。

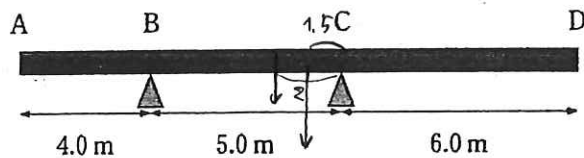


図1

(2) 11 m

$$(1) N_B \times 5 = (8 \times 10^2) \times 1.5 + (6 \times 10^2) \times 2$$

$$= 24 \times 10^2 \quad \therefore N_B = \underline{4.8 \times 10^2 \text{ N}}$$

$$N_C \times 5 = (8 \times 10^2) \times 3.5 + (6 \times 10^2) \times 3$$

$$= 46 \times 10^2 \quad \therefore N_C = \underline{9.2 \times 10^2 \text{ N}}$$

- B** 図2のように、水平面に置かれた質量 M [kg] の台車に糸をつけ、滑車を介して質量 m [kg] のおもりをつるした。はじめは、おもりは床から h [m] の高さにあった。なお、面は滑らかで、台車の車輪、滑車、糸の質量は無視できるものとする。車輪や滑車は滑らかに回転するものとし、重力加速度の大きさを g [m/s²] とする。以下の問いに答えなさい。いずれの問いも 単位も合わせて答えること。

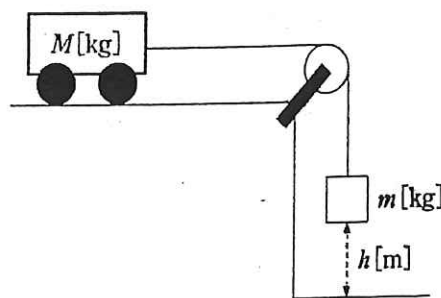


図2

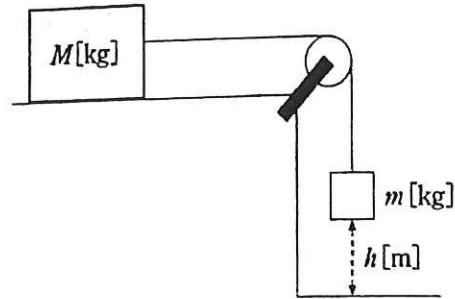


図3

- 1) おもりが落下し始めたとき、台車に生じる加速度の大きさを求めなさい。また、このときの、糸が台車を引く張力の大きさを求めなさい。
- 2) おもりが床まで達したときの台車の速さを求めなさい。
- 3) 次に、台車を図3のように、同じ質量であるが車輪のない物体に交換した。同様に、おもりが床まで達したときの物体の速さを求めなさい。なお、水平面と物体との摩擦係数を μ とする。

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & m a = m g - T \\
 & M a = T \\
 & \therefore \begin{cases} a = \frac{m}{M+m} g \text{ [m/s}^2\text{]} \\ T = \frac{M}{M+m} m g \text{ [N]} \end{cases}
 \end{aligned}$$

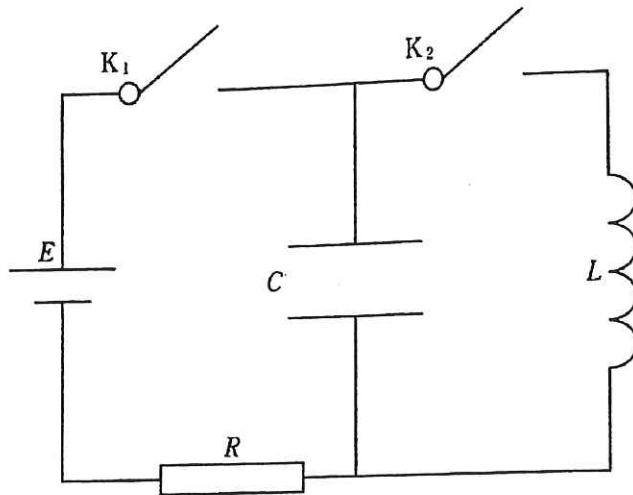
$$\begin{aligned}
 (2) \quad & v^2 - 0 = 2 a h \\
 & \therefore v = \sqrt{2 a h} \\
 & = \sqrt{\frac{m}{M+m} 2 g h}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad & m a = m g - S \\
 & M a = S - \mu M g \\
 & \therefore a = \frac{m - \mu M}{m + M} g \\
 & \therefore v' = \sqrt{\frac{m - \mu M}{m + M} 2 g h}
 \end{aligned}$$

物 理 (その2)

3 図のように、起電力 E の電池、抵抗値 R の抵抗、電気容量 C のコンデンサー C 、自己インダクタンス L のコイル L と、スイッチ K_1 、 K_2 からなる回路がある。

最初、スイッチ K_1 と K_2 はともに開いており、コンデンサー C には電荷は蓄えられていないものとする。電池やコイルの内部抵抗は無視できるものとする。



図

Windom

- (A) スイッチ K_1 を閉じる。
- (1) 直後に抵抗に流れる電流 I_0 を求めなさい。
 - (2) 電流が I_1 ($0 < I_1 < I_0$) になったとき、コンデンサーに蓄えられた電気量 Q_1 を求めなさい。
 - (3) 十分時間が経過した後、コンデンサーに蓄えられる電気量 Q_2 を求めなさい。
- (B) K_1 を閉じて十分時間が経過した後、 K_1 を開き、次に K_2 を閉じる。
- (4) 回路を流れる振動電流 I の最大値 I_2 を求めなさい。
 - (5) この電気振動の周波数を求めなさい。
- (C) K_2 を再び閉じて、 K_1 、 K_2 が閉じてから十分時間が経過した後、 K_1 を開いた。
- (6) コイルを流れる電流が最初に 0 になるまでの時間を求めなさい。
 - (7) その後のコンデンサーの電位差の最大値 V を求めなさい。

$$(1) I_0 = \frac{E}{R}$$

$$(4) \frac{1}{2} C E^2 = \frac{1}{2} L I_2^2 \therefore I_2 = E \sqrt{\frac{C}{L}}$$

$$(6) \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2} \sqrt{LC}$$

$$(2) Q_1 = C(E - R I_1)$$

$$(5) I_2 = Q_2 \omega \therefore \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$(7) \frac{1}{2} L \left(\frac{E}{R}\right)^2 = \frac{1}{2} C V^2 \therefore V = \frac{E}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$(3) Q_2 = C E$$

$$\therefore f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

4 放射性元素 ^{238}U は α 崩壊または β 崩壊を繰り返して、最終的に安定した Pb の同位体となる。最初、1 個の ^{238}U 原子核が 1 回目の崩壊で ^{234}Th 原子核と 1 個の粒子 X となる。このとき以下の問いに答えなさい。

(1) 粒子 X は何か。 ^{238}U と同様の表示法で示しなさい。

はじめの ^{238}U 原子核は静止しており、X の運動エネルギーが $8.0 \times 10^{-13} \text{J}$ であった。

(2) このときの ^{234}Th 原子核の運動エネルギーを求めよ。

続く崩壊では $^{234}\text{Th} \rightarrow ^{234}\text{Pa} \rightarrow ^{234}\text{Ac}$ となる。

(3) 質量数 x, y はそれぞれいくらか。

(4) ^{238}U が安定した Pb の同位体になったとき、その同位体は下記のうちのどれか。 a ~ e の記号で答えなさい。

- a. ^{208}Pb
- b. ^{208}Pb
- c. ^{207}Pb
- d. ^{206}Pb
- e. ^{205}Pb

(5) ^{238}U が安定した Pb になるまでの間に繰り返される α 崩壊と β 崩壊の回数をそれぞれ答えなさい。

(6) ^{238}U の量がはじめの $\frac{1}{16}$ になるまでに 2.8×10^9 年かかる。 ^{238}U の半減期を求めなさい。

(1) ^4_2He

(2) $\frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}MV^2 = 231 : 4 \quad \therefore \frac{1}{2}MV^2 = \frac{1}{2}mV^2 \times \frac{4}{231}$
 $= (8 \times 10^{-13}) \times \frac{4}{231}$

(3) $x = 231$
 $y = 227$

(4) $^{207}_{82}\text{Pb}$

(5) $a = 7$
 $b = 4$

(6) $\frac{1}{16} = \left(\frac{1}{2}\right)^4 \quad \therefore T = \frac{2.8 \times 10^9}{4}$

$= 7.0 \times 10^8 \text{ 年}$ — 21 —