

問題 1.

不等式 $(a+b)x + (2a-3b) < 0$ の解が $x < -\frac{1}{3}$ であるという.

(i) このとき a, b の満たす条件は である.

(ii) (i) で得られた条件を満たし, さらに $b < 1$ のとき x の 2 次不等式 $(a^2 - 4b)x^2 - (8b^2 - 4a)x - (12b^2 - 6a) > 0$ の解は である.

問題 2.

(i) $1^2 + 4 \times 1 + 3, 2^2 + 4 \times 2 + 3, \dots, n^2 + 4 \times n + 3, \dots, 100^2 + 4 \times 100 + 3$ の 100 個の数のうち, 6 の倍数は 個ある.

(ii) $\tan \alpha = \frac{1}{3}$ を満たす α に対して, $\tan \left(2\alpha - \frac{5}{6}\pi\right)$ の値は である.

問題 3.

座標平面上の 2 点 $P(a, b), Q(\alpha, \beta)$ が直線 $l: y = mx$ に関して対称であるとする. ただし P は l 上にないとする.

(i) P, Q の中点が l 上にあることから, $b + \beta =$ である (m, a, α で表せ).

(ii) 直線 PQ と l が直交することから, $b - \beta =$ である ($m \neq 0, a, \alpha$ で表せ).

(iii) 座標平面上の点を l に関して対称に移動させる 1 次変換を表す行列は である.

問題 4.

$r = r(t), \theta = \theta(t)$ を t の関数とする. 太陽を原点としたある平面上を運動する惑星の時刻 t における座標 $(x(t), y(t))$ が $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$ で与えられているとする.

(i) 加速度 $\left(\frac{d^2x}{dt^2}, \frac{d^2y}{dt^2}\right)$ を r と θ を用いて表すと, $\frac{d^2x}{dt^2} =$, $\frac{d^2y}{dt^2} =$ である.

(ii) M を太陽の質量を表す正の定数として, $\frac{d^2x}{dt^2} = -M \frac{\cos \theta}{r^2}, \frac{d^2y}{dt^2} = -M \frac{\sin \theta}{r^2}$ が

成り立つとすると, (i) の結果を用いて $\frac{d}{dt} \left(r^2 \frac{d\theta}{dt}\right)$ の値を求めると となる.

問題 5.

視差について考える. $d > 0, 0 < s < e$ とするとき右目が R, 左目が L の位置にあり, z 軸と $z = s$ で交わる xy 平面と平行な平面 S を通して中心 (a, b, c) , 半径 $r (> 0)$ の球を図に示すように見ているものとする. ただし, $c + r < s$ とし, 球の内部及び表面上の点はすべて見る事ができるものとする. いまこの球面上の 1 点 Q を見るとき, 直線 RQ, LQ がそれぞれ左右の視線を表しているとするとき,

- (i) 平面 S と直線 RQ, LQ との各々の交点 P_R, P_L の座標はそれぞれ (11), (12) である.
- (ii) 2 点 P_R, P_L 間の距離 h を視差と呼ぶことにする. $h =$ (13) であり, その最大値は (14) である.
- (iii) $h = \frac{d}{2}, e = 2s, c = \frac{s}{3}$ であるような球面上の点の集まりが成す曲線の長さは (15) である.

