

# 日本医科大学 数学 解答

[I]

(1)  $a_{m+1} = \frac{a_m}{3a_m+1}$ ,  $a_1 = \frac{1}{2}$

両辺の逆数を取ると

$$\frac{1}{a_{m+1}} = \frac{3a_m+1}{a_m} = \frac{1}{a_m} + 3$$

数列  $\{\frac{1}{a_m}\}$  は公差 3, 初項  $\frac{1}{a_1} = 2$  の

等差数列だから

$$\frac{1}{a_m} = 2 + 3(m-1) = 3m-1$$

$$\Rightarrow a_m = \frac{1}{3m-1}$$

(2)  $a_k a_{k+1} a_{k+2} = \frac{1}{(3k-1)(3k+2)(3k+5)}$

$$= \frac{1}{6} \left\{ \frac{1}{(3k-1)(3k+2)} - \frac{1}{(3k+2)(3k+5)} \right\}$$

$$\sum_{k=1}^m a_k a_{k+1} a_{k+2}$$

$$= \sum_{k=1}^m \frac{1}{6} \left\{ \frac{1}{(3k-1)(3k+2)} - \frac{1}{(3k+2)(3k+5)} \right\}$$

$$= \frac{1}{6} \left\{ \frac{1}{2 \cdot 5} - \frac{1}{(3m+2)(3m+5)} \right\} \quad (*)$$

(3)  $(*) \longrightarrow \frac{1}{60} \quad (m \rightarrow \infty)$

[II]

$$z = \cos \frac{\pi}{7} + i \sin \frac{\pi}{7}$$

(1)  $z^7 = \cos \pi + i \sin \pi = -1$

(2)  $z^7 + 1 = 0$  だから

$$(z+1)(z^6 - z^5 + z^4 - z^3 + z^2 - z + 1) = 0$$

$z \neq -1$  だから

$$z^6 - z^5 + z^4 - z^3 + z^2 - z + 1 = 0$$

従って,  $z^6 - z^5 + z^4 - z^3 + z^2 - z = -1$

(3)  $z^6 = \cos \frac{6\pi}{7} + i \sin \frac{6\pi}{7}$

$$= \cos(\pi - \frac{\pi}{7}) + i \sin(\pi - \frac{\pi}{7})$$

$$= -\cos \frac{\pi}{7} + i \sin \frac{\pi}{7}$$

従って  $z - z^6 = (\cos \frac{\pi}{7} + i \sin \frac{\pi}{7}) - (-\cos \frac{\pi}{7} + i \sin \frac{\pi}{7})$   
 $= 2 \cos \frac{\pi}{7}$

$$\Rightarrow \cos \frac{\pi}{7} = \cos \theta = \frac{z - z^6}{2}$$

(4)  $z^5 = \cos \frac{5\pi}{7} + i \sin \frac{5\pi}{7}$   
 $= \cos(\pi - \frac{2\pi}{7}) + i \sin(\pi - \frac{2\pi}{7})$   
 $= -\cos \frac{2\pi}{7} + i \sin \frac{2\pi}{7}$

$$z^2 - z^5 = (\cos \frac{2\pi}{7} + i \sin \frac{2\pi}{7}) - (-\cos \frac{2\pi}{7} + i \sin \frac{2\pi}{7})$$
  
 $= 2 \cos \frac{2\pi}{7}$

$$\Rightarrow \cos \frac{2\pi}{7} = \cos 2\theta = \frac{z^2 - z^5}{2}$$

(5)  $z^4 = \cos \frac{4\pi}{7} + i \sin \frac{4\pi}{7}$   
 $= -\cos \frac{3\pi}{7} + i \sin \frac{3\pi}{7}$

$$z^3 - z^4 = 2 \cos \frac{3\pi}{7}$$

$$\Rightarrow \cos \frac{3\pi}{7} = \cos 3\theta = \frac{z^3 - z^4}{2}$$

(6) (3) (4) (5) より

$$\cos \theta \cos 2\theta \cos 3\theta = \frac{z - z^6}{2} \cdot \frac{z^2 - z^5}{2} \cdot \frac{z^3 - z^4}{2}$$

$$= \frac{1}{8} (z^3 - z^6 - z^6 + z^9) (z^3 - z^4)$$

$$= \frac{1}{8} (z^3 + z - z^6 - z^4) (z^3 - z^4) \quad [z^2 = -1]$$

$$= \frac{1}{8} (z^6 + z^4 - z^9 - z^7 - z^7 - z^5 + z^9 + z^4)$$

$$= \frac{1}{8} (z^6 + z^4 + z^2 + 1 + 1 - z^5 - z^3 - z) \quad [z^2 = -1]$$

$$= \frac{1}{8} (2 + z^6 - z^5 + z^4 - z^3 + z^2 - z)$$

$$= \frac{1}{8} (2 - 1)$$

$$= \frac{1}{8}$$

続きの詳しい解説もあります。

☆☆

【解答速報の解説をご覧になれる方へ】

本解答速報の「解説」をご覧になりたい場合は、ホームページのボタンよりメールアドレスをご登録ください。

自動返信メールにて、「解説」ページのアドレスをご案内させていただきます。

【ご注意】

★以下の場合、ご登録のアドレスにメールが届かない可能性があります★

1) ドメイン受信拒否設定を行っている場合

「window.jp」ドメインのメールを受け取る設定に変更してください。

2) メールアドレスに誤りがある場合

メールアドレスご入力時に、アドレスにお間違いがないかご確認ください。

上記2点をご確認いただいた上で、メールが受信できなかった場合は、迷惑メールフォルダに振り分けられている可能性もございます。「迷惑メールフォルダ」や「削除フォルダ」をご確認ください。